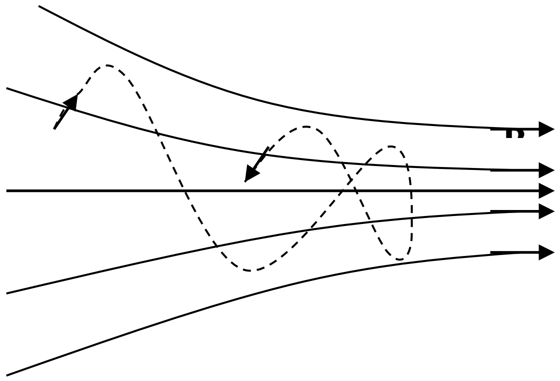
**Лекция №3. Біртекті емес магнит өрісіндегі бөлшектердің қозғалысы**

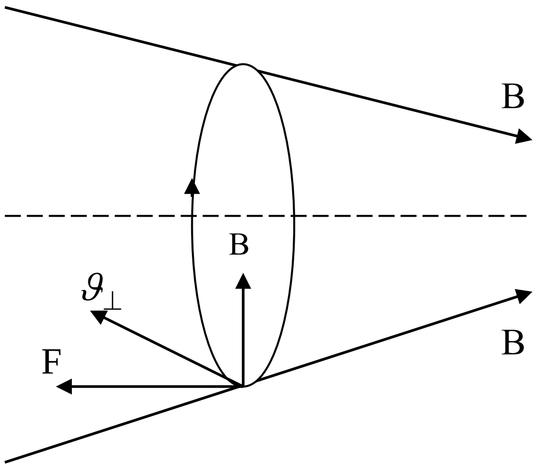
Табиғатта, сонымен қатар ғылыми немесе техникалық мақсаттарда қолданылатын әр түрлі құрылғыларда зарядталған бөлшектің қозғалысы көбіне біртекті емес магнит өрістерінде болады. Мұндай өрістерде $\vec{B}$ -ның шамасы мен бағыты кеңістіктің әр нүктесінде өзгереді.

Баяу өзгеретін магнит өрісі жолының кішкене бөлігінде бөлшектің траекториясы бұранда сызықты құрайды. Егер осы траектория бойында $\vec{B}$ шамасы өзгерсе, онда біруақытта бұранда сызық орамдарының радиустарының өзгеруі болуы керек. Сонымен қатар, бұрандалы сызықтың тіктілігі өзгеретін болады, басқаша айтқанда, траекторияның күш сызықтарымен жасайтын бұрышының өзгерісі болады. Күшті магнит өрісі аймағына жақындағанда, бұрандалы сызық сығылады, ал әлсіз өріс аймағында созылады. Егер бөлшек әлсіз өрістен шығып, күшті өріс аймағына жақындағанда және оның бастапқы жылдамдығы күш сызықтары бағыты өте аз емес бұрыш құраса, онда бөлшектің күшті өріс аймағынан шағылуы болады (5-сурет).



5– сурет. Күшті магнит өрісі аймағынан бөлшектің шағылуы

Бөлшектің мұндай қимылын біртекті магнит өрісінде қозғалғанда пайда болатын күштерді қарастыру арқылы түсіндіруге болады. Өріс тек арақашықтық траектория тіктілігінің радиусынан бірнеше есе үлкен болғанда ғана айтарлықтай өзгеруі мүмкін. Сондықтан бірнеше орамы бар бөліктегі бөлшектің жүрген жолы бұранданың тұрақты радиусы және тұрақты қадамымен бұрандалы сызықтың түрін сақтайды. Бірақ кернеулігі өсетін немесе кемитін өрісте жолдың үлкен бөлігін қарастырғанда, траекторияны сипаттайтын параметрлер айтарлықтай өзгереді. Бұрандалы сызықтың орам радиусы ғана емес, сонымен қатар $\alpha$ бұрышы да өзгереді, яғни жылдамдықтың көлденең және қима құраушылары арасындағы қатынас өзгереді. Оның болу себебі, $\vec{B}$ векторы бағытында кернеулік өзгеретін өрісте күш сызықтары паралель болуын тоқтатады да, жинақталатын немесе шашырайтын шоқ пайда болады. Соның әсерінен жылдамдықтың көлденең құраушысы бағытында бөлшекке әсер ететін күш пайда болады. Егер бөлшек $\vec{B}$-ның өсу бағытында қозғалса, онда ол күш бойлық қозғалысты тежейді, керісінше жағдайда ол өріс сызықтары бойындағы бөлшектерді үдетеді. Негізінде бұл күш үдеткіштерде бөлшектердің күш сызықтары бойынан кетіп қалуға мүмкіндік бермеу үшін фокустауды қамтамасыз етеді. 6-суретте магнит өрісі күшінің бойлық құраушысының пайда болуы көрсетілген. Ол қозғалыстағы өстік сызығына перпендикуляр магнит өрісінің компоненттері $B_\perp$ арқасында пайда болады. Радиалды бағытталған $\vec{B}$-ның бұл компоненті бөлшек жылдамдығының көлденең (азимуталды) құраушысына әсер ету арқылы $\vec{B}$ -ның азаю бағытындағы күшті береді.




6 – сурет. Біртекті емес магнит өрісінде бөлшекті тежейтің күштің пайда болуы.

Жоғарыда келтірілген негізгі ойларды маңызды қатынастарды беретін қарапайым есептеулермен толықтырайық.

Өріс оссимметриялы $B_\theta = 0, \quad \partial/\partial\theta = 0$, ал оның кернеулігі $z$-ке тәуелді болсын. Осындай өрістің күш сызықтары жинақталатын және жинақталмайтын болғандықтан, $B_r$ компоненті болу керек. Жүйенің мұндай конфигурациясында магнит өрісінде бөлшекті қамайтындай (ұстайтындай) күш пайда болады. $B_r$ компоненті мына шарттан табылады $\nabla \cdot \vec{B} = 0$:

$$\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}(rB_r) + \frac{\partial B_z}{\partial z} = 0 \qquad (22)$$

Егер $r = 0$ болғанда $\partial B_z/\partial z$ берілсе және $r$-мен өте күшті өзгермейтін болса, онда біз былай жуықтап санауымызға болады

$$rB_r = -\int_0^r r\frac{\partial B_z}{\partial z}dr \approx -\frac{1}{2}r^2\left[\frac{\partial B_z}{\partial z}\right]_{r=0},$$

$$B_r = -\frac{1}{2}r\left[\frac{\partial B_z}{\partial z}\right]_{r=0} \qquad (23)$$

$r$- мен $|\vec{B}|$-ның өзгеруі симметрия өс бойымен градиенттік дрейфті тудырады, алайда радиалды градиенттік дрейф жоқ болады, себебі $\partial B/\partial\theta = 0$. Лоренц күшінің компоненттерін жазайық:

$$F_r = q(\vartheta_\theta B_z - \vartheta_z B_\theta),$$
$$F_\theta = q(-\vartheta_r B_z + \vartheta_z B_r), \qquad (24)$$
$$F_z = q(\vartheta_r B_\theta - \vartheta_\theta B_r).$$

Бұл өрнектерді талдайық. Егер $B_\theta = 0$ болса, онда бірінші өрнектегі екінші мүше, ал үшіншісіндегі- бірінші нөлге тең болады. Бірінші және екінші өрнектердегі бірінші мүшелер қарапайым ларморлық айналысты сипаттайды. Екінші өрнектегі екінші мүше $z$ өсінде нөлге айналады, нөлге айналмайтын нүктелерде ол радиалды бағытта жетелейтін (ведущие) центрлердің дрейфін туғызатын Лоренц күшінің азимуталды құраушысын көрсетеді. Бұл дрейф жетелеуші центрлердің қисайған күш сызықтары бойымен қозғалуына әкеледі. Үшінші өрнектегі соңғы мүшені қарастырайық. (23) қатынасты ескере отырып, $F_z$-ті былай жазуға болады

$$F_z = (1/2) q \vartheta_\theta r (\partial B_z / \partial z) \qquad (25)$$

Енді бұл өрнекті айналу периоды бойынша орташасын табайық. Қарапайым болу үшін жетелейтін центрі жүйенің өсінде жатқан бөлшекті қарастырайық. Бұл жағдайда, $\vartheta_\theta$ айналу кезінде тұрақты болып қалады; зарядтың таңбасына байланысты $\vartheta_\theta = \mp \vartheta_\perp$ аламыз. $r = r_L$ болғандықтан, бөлшекке әсер ететін орташа күш мынаған тең

$$\overline{F} = \mp \frac{1}{2} q \vartheta_\perp r_L \frac{\partial B_z}{\partial z} = \mp \frac{1}{2} q \frac{\vartheta_\perp^{\;2}}{\omega_c} \frac{\partial B_z}{\partial z} = -\frac{1}{2} \frac{m \vartheta_\perp^2}{B} \frac{\partial B_z}{\partial z} \qquad (26)$$

Айналатын бөлшектің магниттік моменті былай анықталады

$$\mu = m \vartheta_\perp^2 / 2B \qquad (27)$$

Олай болса, бұл жағдайда диамагнетиктің бөлшектеріне әсер ететін күш

$$\overline{F}_z = -\mu \frac{\partial B_z}{\partial z} \qquad (28)$$

Жалпы жағдайда оны келесі түрде жазсақ болады

$$\vec{F}_{//} = -\mu \frac{\partial B}{\partial \vec{s}} = -\mu \nabla_{//} B \qquad (29)$$

мұндағы $d\vec{s}$ - $\vec{B}$ бағытындандағы доғаның бөлігі. (27)-гі анықтама $A$ ауданды $I$ токпен тұзақтың магнит моментінің қарапайым анықтамасымен сәйкес келеді: $\mu = IA$. Біреселі зарядталған ион үшін $I$ ток секундына $\omega_L / 2\pi$ айналым жасайтын $e$ зарядпен тудырылады: $I = e\omega_c / 2\pi$. $A$ аудан мынаған тең $\pi r_L^2 = \pi \vartheta_\perp^2 / \omega_c^2$. Олай болса

$$\mu = \frac{\pi \vartheta_\perp^2}{\omega_c^2} \frac{e\omega_c}{2\pi} = \frac{1}{2} \frac{\vartheta_\perp^2 e}{\omega_c} = \frac{1}{2} \frac{m \vartheta_\perp^2}{B}$$

Біртекті емес магнит өрісінде бөлшек қозғалғанда оның орбитасының ларморлық радиусы өзгереді, бірақ $\mu$ инвариант болып қалады. Мұны дәлелдеуіміз үшін, $\vec{B}$ бағытындағы қозғалыс теңдеуінің проекциясын қарастырамыз:

$$m\frac{d\vartheta_{//}}{dt}=-\mu\frac{\partial B}{\partial s}$$

Бұл теңдеуді сол жағынан $\vartheta_{//}$-ға, ал оң жағынан соған тең $ds/dt$-ге көбейтсек, мынаны аламыз

$$m\vartheta_{//}\frac{d\vartheta_{//}}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\vartheta_{//}^{2}\right)=-\mu\frac{\partial B}{\partial s}\frac{ds}{dt}=-\mu\frac{dB}{dt} \qquad (30)$$

Мұндағы $dB/dt$- бөлшек «көретін» $B$ шамасының өзгерісі; $B$ өрістің өзі тұрақты. Бөлшектің энергиясы тұрақты болу керек болғандықтан, мынаны аламыз

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\vartheta_{//}^{2}+\frac{1}{2}m\vartheta_{\perp}^{2}\right)=\frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\vartheta_{//}^{2}+\mu B\right)=0 \qquad (31)$$

(30) қатынасты ескерсек (31) шарт мына түрде болады

$$-\mu\frac{dB}{dt}+\frac{d}{dt}(\mu B)=0\ . \qquad (32)$$

Осыдан

$$d\,\mu/dt=0\,. \qquad (33)$$

екендігі шығады.

Магнит моментінің инвариантылығына $\mu$ плазманы ұстап тұрудың схемаларының бірі – магниттік айна (магнитті тығын) негізделген. Әдіс идеясы келесіден тұрады. Жылулық қозғалыс әсерінен бөлшек $B$ әлсіз өріс аймағынан күшті аймаққа қозғалсын делік. Бөлшек $B$-ның артқанын «көреді» , олай болса $\mu$ сақталу үшін $\vartheta_{\perp}$ көлденең жылдамдық та өсу керек. Бөлшектің толық энергиясы сақталу үшін, $\vartheta_{//}$ кемуі керек. Егер $B$ өріс «ауызында» өте үлкен болса, онда $\vartheta_{//}$ соңында нөлге айналады және бөлшек өрістің аз аймағына қарай «шағылады». Катушка жұбынан құрылған біртекті магнит өрісі araларына плазманы ұстауға (қамауға) болатын екі айнаны жасайды.

$B_0$ және $B_m$-ның берілген мәндерінде қандай бөлшектер торды (ловушканы) тастап кетеді? Бұл сұраққа жауап беру үшін тордың орталық жазықтығында $\vartheta_{\perp}=\vartheta_{\perp 0}$ және $\vartheta_{//}=\vartheta_{//0}$ тең, бұрылу нүктесінде қандай-да бір $\vartheta_{\perp}=\vartheta_{\perp}^{'}$ және $\vartheta_{//}=0$ тең болатын бөлшекті қарастырайық. Егер өріс бұрылу нүктесінде $B^{'}$ тең болса, онда магнит моментінің инварианттылығынан

$$\frac{1}{2}m\vartheta_{\perp 0}^{2}/B_0=\frac{1}{2}m\vartheta_{\perp}^{'2}/B^{'} \qquad (34)$$

шығады.

Энергияның сақталу заңы мына теңдіктің орындалуын талап етеді

$$\vartheta_{\perp}^{'2}=\vartheta_{\perp 0}^{2}+\vartheta_{//0}^{2}\equiv\vartheta_{0}^{2} \qquad (35)$$

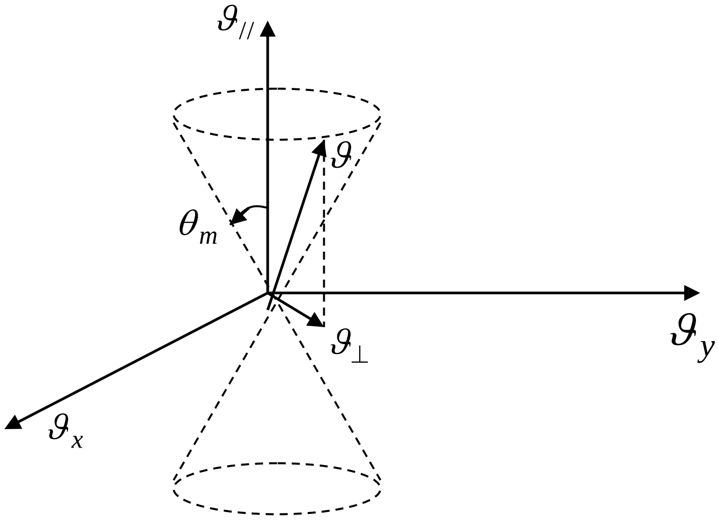
(34) пен (35) қатынастардан мынаны табамыз

$$\frac{B_0}{B^{'}}=\frac{\vartheta_{\perp 0}^{2}}{\vartheta_{\perp}^{'2}}=\frac{\vartheta_{\perp 0}^{2}}{\vartheta_{0}^{2}}\equiv\sin^{2}\theta \qquad (36)$$

Мұндағы $\theta$- жылдамдық және магнит өрісі бағыты арасындағы бұрыш. $\theta$ бұрышы аз бөлшектер үлкен $B$ аймағынан шағылатын болады. Егер $B$ өте аз болса, онда $B'$ $B_m$-нен үлкен болады да, бөлшек мүлдем шағылмайды. (36) теңдеудегі $B'$-ты $B_m$-мен алмастырсақ, қамалған бөлшектің аз бұрышы мына теңдікпен анықталады

$$\sin^2 \theta_m = B_0 / B_m \equiv 1/R_m \, , \tag{37}$$

$R_m$ шамасы тығындық (айналық) қатынас деп аталады. (37) шарт жылдамдықтар кеңістіктігінде конус түріндегі облыстың шекарасын анықтайды (7-сурет).




Жылдамдықтары конустың ішінде болатын бөлшектер магнитті тығынмен ұсталынбайды, сондықтан плазма мұндай торда (ловушкада) ешқашан изотропты болмайды.